Total No. of Printed Pages—8

1 SEM TDC MTH G 1

2012

(November)

MATHEMATICS

(General)

Course : 101

[(a) Classical Algebra, (b) Trigonometry, (c) Vector Calculus]

Full Marks : 80
Pass Marks : 32

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

GROUP—A

(Classical Algebra)

1. তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ লিখা : 1×4=4

Answer the following questions :

(a) এটা বাস্তৱ অনুক্ৰমৰ পৰিসৰত জটিল সংখ্যা থাকিব পাৰে। (সঁচা নে মিছা লিখা)

The range of a real sequence may contain a complex number.

(State True or False)

(b) এটা বাস্তৱ অনুক্ৰমৰ মৌলসমূহৰ লগত কি সংহতিৰ সৈতে এক-একৈকি সম্বন্ধ স্থাপন কৰিব পাৰি?

The elements of a real sequence can be put in a one-one correspondence with what set?

(c) প্ৰত্যেক অযুগ্ম ঘাতৰ সমীকৰণৰ ন্যূনতম এটা হ'লেও বাস্তৱ মূল থাকে। (সঁচা নে মিছা লিখা)

Every equation of odd degree has at least one real root. (State True or False)

(d) $2x^4+6x^3+7x+3=0$ সমীকৰণৰ ধনাত্মক বাস্তৱ মূলকেইটা লিখা।

Write the number of positive real roots of the equation $2x^4+6x^3+7x+3=0$.

2. তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ লিখা : 2×4=8

Answer the following questions :

(a) অনুক্ৰম $\{S_n\}$, য'ত $S_n=1+(-1)^n$, $n\in N$, সীমা বিন্দু কি কি, লিখা।

Write the limit point(s) of the sequence $\{S_n\}$, where $S_n=1+(-1)^n$, $n\in N$.

(b) $\{r^n\}$ অনুক্ৰম অভিসাৰি হ'লে r ৰ পৰিসৰ লিখা।

Write the interval of r for which the sequence $\{r^n\}$ converges.

(c) $x^4+2x^3-5x^2-x-3=0$ সমীকৰণৰ মূল-কেইটাৰ প্ৰতিক্ৰম-কেইটা মূল হোৱা সমীকৰণটো লিখা।

Find the equation whose roots are the reciprocals of the roots of the equation $x^4+2x^3-5x^2-x-3=0$.

(d) $x^3-3x^2-4x+12=0$ সমীকৰণটোৰ দুটা মূলৰ পৰম মান একে অথচ বিপৰীত চিনযুক্ত, ইয়াৰ আনটো মূল নিৰ্ণয় কৰা।

Find the other root of the equation $x^3-3x^2-4x+12=0$ whose two roots being equal in magnitude but opposite in sign.

3. $\lim_{n\to\infty}\frac{3+2\sqrt{n}}{\sqrt{n}}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 3

Find the value of

$$\lim_{n\to\infty}\frac{3+2\sqrt{n}}{\sqrt{n}}$$

4. প্ৰমাণ কৰা যে প্ৰত্যেক অভিসাৰি অনুক্ৰম আবদ্ধ। 4

Prove that every convergent sequence is bounded.

অথবা / Or

দেখুওৱা যে অনুক্ৰম

$$\{1, 2, 3, 2, 5, 2, 7, 2, 3, 2, 11, 2, 13, \cdots\}$$

অসীমভাৱে দুল্যমান।

Show that the sequence

$$\{1, 2, 3, 2, 5, 2, 7, 2, 3, 2, 11, 2, 13, \ldots\}$$

oscillates infinitely.

5. তলৰ যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ লিখা : 5×2=10

Answer any *two* questions of the following :

(a) দেখুওৱা যে $\Sigma \frac{1}{n}$ শ্ৰেণীটো অভিসাৰি নহয়।

Show that the series $\Sigma \frac{1}{n}$ does not converge.

(b) $\Sigma \frac{n^2-1}{n^2+1} x^n$, $x>0$ শ্ৰেণীটোৰ অভিসাৰিতা পৰীক্ষা কৰা।

Test the convergence of the series

$$\Sigma \frac{n^2-1}{n^2+1} x^n, x>0$$

(c) দেখুওৱা যে ধনাত্মক পদ শ্ৰেণী $\Sigma \frac{1}{n^p}$, $p>1$ ৰ বাবে অভিসাৰি।

Show that a series with positive term $\Sigma \frac{1}{n^p}$ is convergent for $p>1$.

6. কাৰ্ডন পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $x^3 - 18x - 35 = 0$ সমীকৰণটো সমাধান কৰা।

Solve the equation $x^3 - 18x - 35 = 0$ using Cardan's method. 6

অথবা / Or

যদি $\alpha + i\beta$, $x^3 + qx + r = 0$ সমীকৰণৰ এটা মূল হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে 2α, $x^3 + qx - r = 0$ সমীকৰণৰ এটা মূল।

If $\alpha + i\beta$ be a root of the equation $x^3 + qx + r = 0$, then show that 2α is a root of the equation $x^3 + qx - r = 0$.

7. দেখুওৱা যে, যদি বহুপদ $f(x)$ ক দ্বিপদ $x-h$ ৰে হৰণ কৰা হয়, ভাগশেষ হ'ব $f(h)$. 5

Show that if a polynomial $f(x)$ be divided by a binomial $x-h$, the remainder is $f(h)$.

GROUP—B

(Trigonometry)

8. (a) $x^2 - 2x\cos\theta + 1 = 0$ সমীকৰণৰ সমাধানসমূহ লিখা। 1

Write the solution(s) of the equation

$$x^2 - 2x\cos\theta + 1 = 0$$

(b) এটা জটিল সংখ্যাৰ ঘাতাংকৰ কিমান সংখ্যক মান থাকিব লিখা। 1

Write the number of values of logarithm of a complex number.

9. (a) $\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)^3$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 2

Determine the value of

$$\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)^3$$

(b) $\cos\alpha+\cos 2\alpha+\cos 3\alpha+\cdots+\cos n\alpha$ শ্ৰেণীটোৰ যোগফল লিখা।

Write the sum of the series

$$\cos\alpha+\cos 2\alpha+\cos 3\alpha+\cdots+\cos n\alpha$$

10. যদি n এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে

$$(1+i)^n+(1-i)^n=2^{\frac{n}{2}+1}\cos\frac{n\pi}{4}$$

If n is a positive integer, then show that

$$(1+i)^n+(1-i)^n=2^{\frac{n}{2}+1}\cos\frac{n\pi}{4}$$

অথবা / *Or*

$(1+i)^{\frac{1}{5}}$ ৰ সকলো মান নিৰ্ণয় কৰা।

Find all the values of $(1+i)^{\frac{1}{5}}$.

11. দেখুওৱা যে

Show that

$$\log(1+i)\log\sqrt{2}+\left(2n+\frac{1}{4}\right)i\pi$$ 4

অথবা / *Or*

দেখুওৱা যে

Show that

$$x^i=e^{-2n\pi}\{\cos(\log x)+i\sin(\log x)\}$$

(Continued)

12. দেখুওৱা যে $e^x\cos x$ ৰ বিস্তাৰত x ৰ ঘাত সাপেক্ষে x^n ৰ সহগ হ'ব

$$\frac{2^{\frac{n}{2}}}{n!}\cos\frac{n\pi}{4}$$ 4

Show that the coefficient of x^n in the expansion of $e^x\cos x$ in powers of x is

$$\frac{2^{\frac{n}{2}}}{n!}\cos\frac{n\pi}{4}$$

13. তলৰ যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ লিখা : 3×2=6

Answer any *two* of the following :

(a) nতম পদলৈকে $\sin\theta-\sin 2\theta+\sin 3\theta-\cdots$ শ্ৰেণীটোৰ যোগফল নিৰ্ণয় কৰা।

Find the sum to n terms the series

$$\sin\theta-\sin 2\theta+\sin 3\theta-\cdots$$

(b) $\tan(x+iy)$ ৰ বাস্তৱ আৰু কাল্পনিক অংশত পৃথক কৰা।

Separate $\tan(x+iy)$ into real and imaginary parts.

(c) প্ৰমাণ কৰা যে

Prove that

$$\cosh^2 x-\sinh^2 x=1$$

(Turn Over)

GROUP—C

(Vector Calculus)

14. (a) $\nabla \cdot (x\hat{i} + y\hat{j})$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Find the value of $\nabla \cdot (x\hat{i} + y\hat{j})$.

(b) অঘূৰ্ণন সদিশৰ সংজ্ঞা লিখা।

Write the definition of an irrotational vector.

(c) $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ হ'লে curl $\vec{r}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Find curl $\vec{r}$, where $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$.

15. প্ৰমাণ কৰা যে (Prove that)

$$\text{div curl } \vec{v} = 0$$

16. তলৰ যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ লিখা : 4×2=

Answer any *two* of the following :

(a) নিৰ্ণয় কৰা (Find)

$$\nabla \log |\vec{r}|, \ \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

(b) মান নিৰ্ণয় কৰা :

Evaluate :

$$\nabla \cdot (r^3 \vec{r}), \ r = |\vec{r}|, \ \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

(c) দেখুওৱা যে $\phi(x, y, z) = c$, য'ত c ধ্ৰুবক, পৃষ্ঠৰ ওপৰত $\nabla\phi$ এটা লম্ব সদিশ।

Show that $\nabla\phi$ is a vector perpendicular to the surface $\phi(x, y, z) = c$, where c is a constant.

★★★