66

Total No. of Printed Pages—8

2 SEM TDC MTH G 1

2016

(May)

MATHEMATICS

(General)

Course : 201

(Matrices, Ordinary Differential Equations and Numerical Analysis)

Full Marks : 80
Pass Marks : 32/24

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

GROUP—A

(Matrices)

(*Marks* : 20)

1. *(a)* মেট্ৰিক্সৰ কোটিৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define rank of a matrix.

(Turn Over)

(b) তলৰ পাতনিটো অভিলম্ব ৰূপত প্ৰকাশ কৰি কোটি নিৰ্ণয় কৰা : 4

Find the rank of the following matrix by reducing it to normal form :

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & -3 & -1\\ 1 & 0 & 1 & 1\\ 3 & 1 & 0 & 2\\ 1 & 1 & -2 & 0\end{bmatrix}$$

(c) দেখুওৱা যে—

Show that—

$$\text{rank}(AA^T)=\text{rank } A$$ 3

2. (a) দেখুওৱা যে তলৰ সমীকৰণকেইটা সুসংগত আৰু সিহঁতৰ সমাধান কৰা : 5

Show that the following equations are consistent and find their solution :

$$x+y+z=6$$
$$x+2y+3z=14$$
$$x+4y+7z=30$$

(b) অভিলক্ষণ মূল আৰু অভিলক্ষণ ভেক্টৰৰ সংজ্ঞা লিখা। 2

Define characteristic roots and characteristic vectors.

(c) কেলে-হেমিল্টন উপপাদ্যটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা। 5

State and prove Cayley-Hamilton theorem.

অথবা / Or

তলৰ পাতনিটোৰ অভিলক্ষণ মূল আৰু অনুৰূপ অভিলক্ষণ ভেক্টৰ নিৰ্ণয় কৰা : 5

Determine the characteristic roots and corresponding characteristic vectors of the following matrix :

$$A=\begin{bmatrix}8 & -6 & 2\\ -6 & 7 & -4\\ 2 & -4 & 3\end{bmatrix}$$

GROUP—B

(Ordinary Differential Equations)

(*Marks* : 30)

3. (a) অৱকলৰ দ্বিতীয়-ক্ৰমৰ আদৰ্শগত আকাৰৰ বৈখিক সমীকৰণটো লিখা। 1

Write the standard form of second-order linear differential equation.

(b) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 3

Solve any *one* :

(i) $\frac{dy}{dx}+y\cot x=2\cos x$

(ii) $x\frac{dy}{dx}+\frac{y^2}{x}=y$

(c) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 3

Solve any *one* :

(i) $p^2y - p(xy+1) = 0$

(ii) $\tan^{-1} p = px - y$, where (য'ত) $p = \frac{dy}{dx}$

(d) $x = e^z$ পৰিৱৰ্তনটো ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ অৱকল সমীকৰণটো ৰৈখিক আকাৰত লিখা : 3

Using the transformation $x = e^z$, reduce the following equation to a linear differential equation :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + y = 0$$

4. (a) যি কোনো দুটাৰ সমাধান কৰা : 3×2=6

Solve any *two* :

(i) $\sec^2 y \frac{dy}{dx} + 2x \tan y = x^3$

(ii) $\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = \cos 4x$

(iii) $\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 5y = 16e^{3x}$

(b) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 4

Solve any *one* :

(i) $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 4x\frac{dy}{dx} + 6y = x^4$

(ii) $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x\frac{dy}{dx} = \log x$

(Continued)

5. যি কোনো দুটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰা : 5×2=10

Answer any *two* questions :

(a) প্ৰথম মাত্ৰাৰ অৱকলনীয় ৰাশি আঁতৰাই তলৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা :

Removing the first-order derivative, solve the following equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\tan x\frac{dy}{dx} + 5y = 0$$

(b) স্বতন্ত্ৰ চলক সলনি কৰি সমাধান কৰা :

Solve by changing the independent variable :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x}\frac{dy}{dx} + \frac{n^2}{x^4}y = 0$$

(c) প্ৰাচল ভেদ নিয়মেৰে

$$\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = X$$

সমীকৰণটো সমাধান কৰা য'ত P, Q আৰু X হৈছে xৰ ফলন।

Apply the method of variation of parameter to solve the equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = X$$

where P, Q and X are the functions of x.

(Turn Over)

GROUP—C

(Numerical Analysis)

(*Marks* : 30)

6. (a) সঁচা নে মিছা লিখা : 1

Write True or False :

"বাইছেকচন সূত্রটো সদায় অভিসাৰি।"

"Bisection method is always convergent."

(b) বীজগণিতীয় সমীকৰণ সমাধানৰ বাবে নিউটন-ৰাফচন পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰা। 4

Describe Newton-Raphson method for solving an algebraic equation.

অথবা / *Or*

পুনৰুক্তি পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $2x - \log_{10} x = 7$ সমীকৰণটোৰ এটা মূল নিৰ্ণয় কৰা। 4

Find one root of the equation $2x - \log_{10} x = 7$ by using iteration method.

(c) ৰেগুলা ফলচি পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি $x^3 - 3x - 5 = 0$ সমীকৰণটোৰ বাস্তৱ মূল তৃতীয় দশমিক স্থানলৈ শুদ্ধমান নিৰ্ণয় কৰা। 4

Use the Regula Falsi method to obtain a root of $x^3 - 3x - 5 = 0$ correct to three decimal places.

অথবা / *Or*

দ্বি-ভাজন পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি $x^2 - x - 1 = 0$ সমীকৰণটোৰ বাস্তৱ মূল নিৰ্ণয় কৰা। 4

Find the real root of the equation $x^2 - x - 1 = 0$ using bisection method.

(d) গাউচ-জৰ্ডান পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি সমাধান কৰা : 6

Solve by Gauss-Jordan method :

$$4x + 3y - z = 6$$
$$3x + 5y + 3z = 4$$
$$x + y + z = 1$$

অথবা / *Or*

একঘাট সমীকৰণ প্ৰণালী সমাধানৰ বাবে গাউচৰ অপনয়ন পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰা। 6

Describe Gauss elimination method to solve the system of linear equations.

7. (a) Δ অপাৰেটৰৰ সংজ্ঞা লিখা। 1

Define operator Δ.

(b) মান নিৰ্ণয় কৰা : 2

Evaluate :

$$\Delta^3(e^{ax+b})$$

(c) দেখুওৱা যে—

Show that— 2

$$E \equiv 1 + \Delta$$

(d) লাগ্ৰাঞ্জৰ অন্তৰ্বেশন সূত্ৰটো প্ৰতিপন্ন কৰা। 5

Deduce Lagrange's interpolation formula.

অথবা / Or

দিয়া আছে—

Given—

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	1	8	27	64	125	216	434	512

তেন্তে $f(7\cdot5)$ নিৰ্ণয় কৰা। 5

then find $f(7\cdot5)$.

(e) সংখ্যাত্মক অনুকলন-সম্পৰ্কীয় চিম্‌চনৰ এক-তৃতীয়াংশ সূত্ৰটো প্ৰতিপন্ন কৰা। 5

Derive Simpson's one-third rule for numerical integration.

অথবা / Or

ট্ৰেপিজয়ডেল পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি মান নিৰ্ণয় কৰা : 5

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx$$

Find

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx$$

by trapezoidal rule.

★★★