No. of Printed Pages—11

3 SEM TDC MTH G 1

2017

(November)

MATHEMATICS

(General)

Course : 301

[Group—A : Coordinate Geometry and Group—B : Analysis—I (Real Analysis)]

Full Marks : 80

Pass Marks : 32/24

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

GROUP—A

(Coordinate Geometry)

SECTION—I

(2-Dimension)

(*a*) যেতিয়া মূলবিন্দু (a, b) বিন্দুলৈ পৰিৱৰ্তন কৰা হয়, তেতিয়া $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=4$ সমীকৰণৰ পৰিৱৰ্তিত সমীকৰণ লিখা। 2

Find the transformed equation of $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=4$, when the origin is shifted to (a, b).

(b) সমকোণীয় পৰিৱৰ্তনৰ অধীনত, এটা সমীকৰণৰ ডিগ্ৰীৰ কি পৰিৱৰ্তন হ'ব, লিখা।

Write what will happen to the degree of an equation under orthogonal transformation.

(c) যেতিয়া অক্ষ কেইডাল $\frac{\pi}{4}$ কোণ ঘূৰাই দিয়া হয়, তেতিয়া $y=x$ ৰেখাডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the equation of the line $y=x$, when the axes are rotated through an angle $\frac{\pi}{4}$.

2. (a) $4x^2-24xy+11y^2=0$ যে নিৰ্দেশ কৰা ৰেখা দুডালৰ মাজৰ কোণটো, নিৰ্ণয় কৰা।

Find the angle between the pair of lines $4x^2-24xy+11y^2=0$.

(b) $(x+2y+3)^2=0$ সমীকৰণে কিধৰণৰ ৰেখা নিৰ্দেশ কৰে, লিখা।

Write what type of lines does the equation

$$(x+2y+3)^2=0$$

represent.

(c) $7x^2-2xy-y^2=0$ৰ ৰেখা দুডালৰ মাজৰ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডক কেইডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 2

Find the equation of the bisectors of the angles between the lines $7x^2-2xy-y^2=0$.

(d) যদি $x^2+kxy-2y^2+3y-1=0$ সমীকৰণে এযোৰ সৰলৰেখা নিৰ্দেশ কৰে, তেন্তে kৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 3

Find the value of k, so that the equation $x^2+kxy-2y^2+3y-1=0$ represents a pair of straight lines.

(e) প্ৰমাণ কৰা যে $y^3-x^3+3xy(y-x)=0$ সমীকৰণে, পৰস্পৰ এডালে আনডালৰ লগত সমান কোণত হালি থকা তিনিডাল সৰলৰেখা নিৰ্দেশ কৰে। 5

Prove that the equation $y^3-x^3+3xy(y-x)=0$ represents three straight lines equally inclined to one another.

অথবা / Or

(2, 3) বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা আৰু $2x^2+xy-3y^2+3x+2y+1=0$ ৰেখাদ্বয়ৰ লম্বৰেখাৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the equation of the lines passing through (2, 3) and perpendicular to the lines $2x^2+xy-3y^2+3x+2y+1=0$.

3\. (a) x আৰু y বিশিষ্ট এটা সাধাৰণ দ্বিঘাত সমীকৰণে এটা অধিবৃত্ত নিৰ্দেশ কৰা চৰ্ত লিখা।

Write the condition when a general second-degree equation in x and y represents a parabola.

(b) $x^2+y^2=a^2$ বৃত্ত সাপেক্ষে (2, 3) বিন্দুৰ ধ্ৰুৱীয় লিখা।

Write the polar of the point (2, 3) with respect to a circle $x^2+y^2=a^2$.

(c) $3x^2+4y^2-12x+8y+4=0$ শঙ্কুৰ কেন্দ্ৰ নিৰ্ধাৰণ কৰা।

Determine the centre of the conic $3x^2+4y^2-12x+8y+4=0$.

অথবা / Or

$y^2-xy-2x^2-5x+x-6=0$ শঙ্কুলৈ (1, −1) বিন্দুৰ পৰা টনা স্পৰ্শক আৰু অভিলম্বৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the equations of tangent and normal at (1, −1) to the conic $y^2-xy-2x^2-5x+x-6=0$.

(d) $6x^2-5xy-6y^2+14x+5y+4=0$ শঙ্কুৰ বিহিত আকাৰত প্ৰকাশ কৰা আৰু ইয়াৰ প্ৰকাৰ লিখা।

Reduce the equation $6x^2-5xy-6y^2+14x+5y+4=0$ to canonical form and state the type of the conic.

SECTION—II

(3-Dimension)

4\. (a) $x+2y+4z=0$ যে এক নিৰ্দিষ্ট বিন্দুৰ মাজেৰে পাৰ হোৱা সমতল নিৰ্দেশ কৰে। সেই বিন্দুটো লিখা। 1

$x+2y+4z=0$ represents a plane passing through a particular point. Write that point.

(b) অক্ষকেইডালত 2, 4, −3 ছেদাংশ কৰা সমতলখনৰ সমীকৰণ লিখা। 1

Find the equation of the plane which makes intercepts 2, 4, −3 on the axes.

(c) $2x+y+z=6$, $x-y+2z=3$ সমতল দুখনৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ধাৰণ কৰা। 2

Find the angle between the planes $2x+y+z=6$, $x-y+2z=3$.

(d) $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-2}{12}$ ৰেখা আৰু $x-y+z=5$ সমতলৰ ছেদবিন্দু নিৰ্ণয় কৰা। 2

Find the point of intersection of the line $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-2}{12}$ and the plane $x-y+z=5$.

(e) xz-সমতলৰ সমান্তৰাল আৰু (1, 2, 3) বিন্দুৰ মাজেৰে পাৰ হোৱা সমতলৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 4

Find the equation of the plane passing through the point (1, 2, 3) and parallel to xz-plane.

(Turn Over)

অথবা / Or

প্ৰমাণ কৰা যে, $\frac{x}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{3}$ আৰু $\frac{x-2}{2}=\frac{y-6}{3}=\frac{z-3}{4}$ সমতলীয়।

Prove that the lines $\frac{x}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{3}$ and $\frac{x-2}{2}=\frac{y-6}{3}=\frac{z-3}{4}$ are coplanar.

5. (a) $\frac{x}{4}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{2}$ আৰু $5x-2y-3z+6=0=x-3y+2z-3$ ৰেখা দুডালৰ মাজৰ ন্যূনতম দূৰত্ব নিৰ্ধাৰণ কৰা।

Find the shortest distance between the lines

$$\frac{x}{4}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{2} \text{ and}$$

$$5x-2y-3z+6=0=x-3y+2z-3$$

(b) $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{4}$ ৰেখাডালৰ $x+2y+z=6$ সমতলত পৰা প্ৰক্ষেপৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the equation of the projection of the line $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{4}$ on the plane $x+2y+z=6$.

অথবা / Or

যদি $\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1,\ x=0$ আৰু $\frac{x}{a}-\frac{z}{c}=1,\ y=0$ ৰেখা দুডালৰ মাজৰ ন্যূনতম দূৰত্ব $2d$ হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে $\frac{1}{d^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$।

If $2d$ is the shortest distance between the lines $\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1,\ x=0$ and $\frac{x}{a}-\frac{z}{c}=1,\ y=0,$ then show that $\frac{1}{d^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$.

GROUP—B

(Analysis—I)

6\. (a) যদি $y = \sin^2 x$ হয়, তেন্তে y_n নিৰ্ণয় কৰা।

If $y = \sin^2 x$, then find y_n.

(b) $y = x^2(a-x)$ বক্ৰৰ উপস্পৰ্শকৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।

Find the length of the subtangent to the curve $y = x^2(a-x)$.

(c) যদি $y = x^2 e^{ax}$ হয়, তেন্তে y_n নিৰ্ণয় কৰা।

If $y = x^2 e^{ax}$, then find y_n.

(d) মান নিৰ্ণয় কৰা :

Evaluate :

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x - \sin x}$$

অথবা / Or

$x = a\cos\theta$, $y = a\sin\theta$ বক্ৰৰ যি কোনো বিন্দুত বক্ৰতা ব্যাসাৰ্ধ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the radius of curvature at any point of the curves $x = a\cos\theta$, $y = a\sin\theta$.

(e) $s = \log\sec\psi$ বক্ৰৰ যি কোনো বিন্দু (s, ψ)ত বক্ৰতা ব্যাসাৰ্ধ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the radius of curvature at any point (s, ψ) on the curve $s = \log\sec\psi$.

7\. (a) ৰলচ্‌ৰ উপপাদ্যটো লিখা। 1

Write the statement of Rolle's theorem.

(b) মধ্যমান উপপাদ্য $f(b) - f(a) = (b-a)f'(c)$ত cৰ মান নিৰ্ণয় কৰা, য'ত $f(x) = x^2$, $a = 1$, $b = 2$. 2

Find the value of c in the mean-value theorem $f(b) - f(a) = (b-a)f'(c)$, if $f(x) = x^2$, $a = 1$, $b = 2$.

(c) e^xক xৰ ঘাত হিচাপে মেকলৰিন শ্ৰেণীত বিস্তাৰ কৰা। 2

Expand e^x in powers of x by Maclaurin's series.

(d) কচিৰ মধ্যমান উপপাদ্য উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা। 5

State and prove Cauchy's mean-value theorem.

অথবা / Or

দেখুওৱা যে

Show that

$$\frac{x}{1+x^2} < \tan^{-1} x < x, \quad \forall\, x > 0$$

8\. (a) যদি $f = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ হয়, তেন্তে $\frac{\partial f}{\partial x}$ নিৰ্ণয় কৰা। 1

Find $\frac{\partial f}{\partial x}$, if $f = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$.

(b) যদি $u = f(xyz)$ হয়, তেন্তে $\frac{\partial f}{\partial y}$ নির্ণয় কৰা।

If $u = f(xyz)$, find $\frac{\partial f}{\partial y}$.

(c) $u = \frac{x-y}{x+y}$ ফলনৰ বাবে অইলাৰৰ উপপাদ্য সত্যাপন কৰা।

Verify Euler's theorem for the function $u = \frac{x-y}{x+y}$.

অথবা / *Or*

যদি $f(x, y) = 0$, তেন্তে দেখুওৱা যে

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$$

If $f(x, y) = 0$, then show that

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$$

9. *(a)* মান নির্ণয় কৰা :

Evaluate :

$$\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \, dx$$

26

(b) $\int_{-a}^{a} f(x)\, dx = 0$ হোৱাৰ চৰ্ত লিখা। 1

Write the condition when $\int_{-a}^{a} f(x)\, dx = 0$.

(c) মান নির্ণয় কৰা : 4

Evaluate :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x}\, dx$$

(d) $\int_0^{\pi/2} \sin^n x \, dx$ৰ লঘুকৰণ সূত্ৰ নির্ণয় কৰা। 4

Obtain the reduction formula for $\int_0^{\pi/2} \sin^n x \, dx$.

অথবা / *Or*

$r = a(1-\cos\theta)$ কাৰডিয়ইডৰ পৰিসীমা নির্ণয় কৰা।

Find the perimeter of the cardioid $r = a(1-\cos\theta)$.

★★★