

2016

(November)

MATHEMATICS

(General)

Course : 501

[(A) Analysis—II, (B) Mechanics]

Full Marks : 80

Pass Marks : 32 (Backlog) / 24 (2014 onwards)

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

(A) Analysis—II (Complex Analysis)

(Marks : 35)

1. (a) এটা জটিল ফলনৰ অনবচ্ছিন্নতাৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1
Define continuity of a complex function.
- (b) ক্ৰমীয় ৰূপত ক্ৰি-ৰাইমান সমীকৰণ লিখা। 1
Write the Cauchy-Riemann equation in polar form.

(2)

(c) দেখুওৱা যে $\frac{d\bar{z}}{dz}$ নবর্তে।

Show that $\frac{d\bar{z}}{dz}$ does not exist.

(d) $u = \cos x \cosh y$ ৰ প্ৰসংবাদী সংযুক্ত ফলন নিৰ্ণয় কৰা।

Find the harmonic conjugate function of $u = \cos x \cosh y$.

অথবা / Or

দেখুওৱা যে ধ্ৰুৱক মান-বিশিষ্ট এটা বৈশ্লেষিক ফলন ধ্ৰুৱক।

Show that an analytic function with constant modulus is constant.

2. (a) জৰ্ডান বক্ৰৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define Jordan curve.

(b) বহুসংযোগিত ক্ষেত্ৰৰ ক্ৰিচৰ অনুকলন সূত্ৰ লিখা।

State Cauchy's integral formula of multiconnected regions.

(c) $|z-a|=r$ বৃত্তৰ পৰিক্ৰমত $\int \frac{dz}{z-a}$ অনুকলনৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Find the value of the integral $\int \frac{dz}{z-a}$ round a circle $|z-a|=r$.

(3)

(d) ক্ৰিচৰ উপপাদ্য উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা।

State and prove Cauchy's theorem.

অথবা / Or

সাধাৰণভাবে সংযুক্ত ক্ষেত্ৰ R ত C পৰিসীমাৰ ভিতৰত আৰু ওপৰত যদি ফলন $f(z)$ বৈশ্লেষিক হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$$f'(a) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f(z)}{(z-a)^2} dz$$

If $f(z)$ is analytic inside and on the boundary C of simply-connected region R , then prove that

$$f'(a) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f(z)}{(z-a)^2} dz$$

3. (a) ফলন $f(z)$ ৰ অপ্ৰতিমতাৰ সংজ্ঞা দিয়া।
Define singularity of a function $f(z)$.

(b) ফলন

$$f(z) = \frac{z^2 - a^2}{z - a}$$

Write the pole of the function

$$f(z) = \frac{z^2 - a^2}{z - a}$$

- (c) $\sin \frac{1}{z}$ ফলনৰ অপ্ৰতিমতাৰ প্ৰকৃতি নিৰ্ণয় কৰা।

Find the nature of the singularity of the function $\sin \frac{1}{z}$.

- (d) $\frac{z^2}{z^2 + a^2}$ ফলনৰ $z = ia$ বিন্দুত অৱশেষ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the residue of the function

$$\frac{z^2}{z^2 + a^2}$$

at $z = ia$.

- (e) তলৰ যি কোনো এটা অনুকলনৰ মান নিৰ্ণয় কৰা :

Evaluate any one of the following integrals :

(i) $\int_0^{2\pi} \frac{\cos 2\theta d\theta}{5 + 4\cos\theta}$

(ii) $\int_0^{2\pi} e^{-\cos\theta} \cos(n\theta + \sin\theta) d\theta, n \in N$

(B) Mechanics

(Marks : 45)

(a) Statics

4. (a) বেঞ্চৰ সংজ্ঞা দিয়া।
Define wrench.

- (b) এটা পদ্ধতি সমগ্ৰস্থায়ী হোৱাৰ প্ৰয়োজনীয় আৰু পৰ্যাপ্ত চৰ্ত লিখা।
Write the necessary and sufficient condition for a system to be equipollent.

- (c) এডাল বেখাৰ সাপেক্ষে বল ভ্ৰামক নিৰ্ণয় কৰা।
Find the moment of a force about a line.

অথবা / Or

দৃঢ় বস্তুৰ ওপৰত ক্ৰিয়া কৰা বলৰ কেন্দ্ৰীয় অক্ষৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the equations of the central axis of forces acting on a rigid body.

5. (a) আভাসী কাৰ্যৰ সমীকৰণ গঠন কৰোঁতে বাদ দিব পৰা এটা বল উল্লেখ কৰা।
Write one force which can be omitted in forming the equation of virtual work.

- (b) বজ্জুকা $S = C \tan \psi$ ৰ যি কোনো বিন্দুত বক্ৰতা ব্যাসাৰ্ধ নিৰ্ণয় কৰা।
Find the radius of curvature at any point of a catenary $S = C \tan \psi$.

(c) আভাসী কাৰ্যৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define virtual work.

(d) সাধাৰণ বক্ৰৰ কাৰ্টেচিয়ান সমীকৰণ নিগমন কৰা।

Derive the Cartesian equation of a common catenary.

অথবা / Or

দেখুওৱা যে এডাল অবিক্ৰিয় টাৰৰ চাপৰ প্ৰভাৱত হোৱা আভাসী কাৰ্য শূন্য।

Show that the total virtual work done by tensions of an inextensible string is zero.

(b) Dynamics

6. (a) সমতলীয় বক্ৰত গতি কৰা কোনো কণাৰ ত্বৰণৰ ব্যাসাধীয়া উপাংশ লিখা।

Write radial component of acceleration of a particle moving in a plane curve.

(b) সৰল আৱৰ্ত গতিৰ কম্পনাংকৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define frequency of a simple harmonic motion.

(c) সৰল আৱৰ্ত গতিৰ $x = a \cos \sqrt{\mu} t$ সমীকৰণ প্ৰতিষ্ঠা কৰা।

Establish the equation $x = a \cos \sqrt{\mu} t$ in a simple harmonic motion.

অথবা / Or

কোনো এক কণাৰ ব্যাসাৰ্ধ আৰু ইয়াৰ লম্ব দিশত স্থিৰ মূল বিন্দুৰ পৰা বেগৰ উপাংশ হ'ল λr আৰু $\mu \theta$. কণাৰ গতিপথ, ত্বৰণৰ ব্যাসাধীয়া আৰু তিৰ্যক উপাংশ নিৰ্ণয় কৰা।

The velocity of a particle along and perpendicular to the radius from a fixed origin are λr and $\mu \theta$. Find the path, radial acceleration and transverse acceleration of the particle.

7. (a) কেন্দ্ৰীয় বলৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define central force.

(b) কেন্দ্ৰীয় বলৰ সমীকৰণ প্ৰতিষ্ঠা কৰা।

Derive the equation of central forces.

অথবা / Or

যদি কেন্দ্ৰীয় বল কোনো স্থিৰ বিন্দুৰ পৰা বৰ্গৰ বিপৰীত হিচাবে পৰিৱৰ্তিত হয়, তেন্তে কক্ষ নিৰ্ণয় কৰা।

If the central force varies inversely as the square of the distance from a fixed point, then find the orbit.

(a) (x, y, z) বিন্দুত m ভৰৰ x -অক্ষ সাপেক্ষে জড়তা ভ্ৰামক লিখা।

Write the moment of inertia of mass m at the point (x, y, z) with respect to x -axis.

(b) জড়তা গুণফলৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define product of inertia.

(c) সুষম ত্ৰিভুজাকাৰ ফলকৰ এডাল বাহুৰ সাপেক্ষে জড়তা
ভ্রামক নির্ণয় কৰা।

Find the moment of inertia of an uniform
triangular lamina about one side.

অথবা / Or

জড়তা ভ্রামকৰ লম্ব অক্ষৰ উপপাদ্য উল্লেখ কৰি প্রমাণ
কৰা।

State and prove the theorem of
perpendicular axes of moment.

★ ★ ★