Total No. of Printed Pages—19

30

6 SEM TDC MTH G 1 (A/B)

2019

(May)

MATHEMATICS

(General)

Course : 601

Full Marks : 80

Pass Marks : 32/24

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

GROUP—A

[**(a) Abstract Algebra**

(b) Elementary Statistics]

(a) Abstract Algebra

(*Marks* : 45)

1. *(a)* এটা সমষ্টিত দ্বিচাৰ মিশ্ৰণ * ক কেতিয়া ক্ৰমবিনিমেয় বুলি কোৱা হয়? 1

When is the binary composition * said to be commutative on a set?

(b) উপগ্ৰুপৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define a subgroup.

(c) প্ৰমাণ কৰা যে যি কোনো এটা গ্ৰুপ Gত, $ab = ac \Rightarrow b = c$ আৰু $ba = ca \Rightarrow b = c$, $\forall a, b, c \in G$.

Prove that in a group G, $ab = ac \Rightarrow b = c$ and $ba = ca \Rightarrow b = c$, $\forall a, b, c \in G$.

(d) প্ৰমাণ কৰা যে G গ্ৰুপৰ যি কোনো এটা উপগ্ৰুপ H ত,

$$Ha = Hb \Leftrightarrow ab^{-1} \in H, \forall a; b \in G$$ 3

Prove that in a subgroup H of a group G,

$$Ha = Hb \Leftrightarrow ab^{-1} \in H, \forall a, b \in G$$

(e) G গ্ৰুপৰ যি কোনো উপগ্ৰুপ H আৰু K-ৰ বাবে প্ৰমাণ কৰা যে যদি H, G-ৰ অভিলম্ব উপগ্ৰুপ হয় তেন্তে $H \cap K$, K-ৰ অভিলম্ব উপগ্ৰুপ হ'ব। 4

For any subgroups H and K of a group G, prove that $H \cap K$ is a normal subgroup of K if H is normal subgroup of G.

(f) যদি H আৰু K, G গ্ৰুপৰ সসীম উপগ্ৰুপ হয়, প্ৰমাণ কৰা যে

$$o(HK) = \frac{o(H)\,o(K)}{o(H \cap K)}$$ 5

If H and K are finite subgroups of a group G, prove that

$$o(HK) = \frac{o(H)\,o(K)}{o(H \cap K)}$$

2. *(a)* উৎপাদক গ্ৰুপৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define quotient group.

(b) যদি G, G' দুটা গ্ৰুপ হয়, e আৰু e' সিহঁতৰ ক্ৰমে দুটা অভেদ পদ হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে কাৰ্ণেল f, Gৰ অভিলম্ব উপগ্ৰুপ। 3

If G, G' are two groups, e and e', their respective identities, and $f: G \to G'$ is a homomorphism, then prove that Ker$f$ is normal subgroup of G.

নাইবা / Or

যদি G এটা গ্ৰুপ হয়, $Z(G)$য়ে Gৰ কেন্দ্ৰ বুজাই আৰু $G/Z(G)$ চক্ৰীয় হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে G এটা এবিলিয়ান গ্ৰুপ।

If G is a group, $Z(G)$ is the centre of G and $G/Z(G)$ is cyclic, then show that G is abelian.

(c) প্ৰমাণ কৰা যে G গ্ৰুপৰ পৰা G' গ্ৰুপলৈ হোৱা f হ'ম'মৰ্ফিজিমটো এক-এক হ'ব যদি আৰু একমাত্ৰ যদি কাৰ্ণেল $f = \{e\}$ হয়, য'ত e-য়ে G-ৰ অভেদ পদ বুজায়। 4

Prove that a homomorphism f of a group G into a group G' is one-one if and only if Ker $f = \{e\}$, where e is identity element of G.

3. (a) অসংলগ্ন বিন্যাসৰ এটা উদাহৰণ দিয়া।

Give an example of disjoint permutation.

(b) যদি $s = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ আৰু $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, f-ৰ চক্ৰকেইটা উলিওৱা।

If $s = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ and $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, find the cycles of f.

(c) দেখুওৱা যে প্ৰতিসম গ্ৰুপ S_4ত এনেকুৱা কোনো উপাদান নাই যাৰ কোটি 4 বা তাতোতকৈ ডাঙৰ।

Show that the symmetric group S_4 has no element order greater than or equal to 4.

নাইবা / Or

প্ৰমাণ কৰা যে চক্ৰীয় গ্ৰুপৰ উপগ্ৰুপ চক্ৰীয়।

Prove that any subgroup of a cyclic group is cyclic.

(d) প্ৰমাণ কৰা যে এটা সসীম সংহতিৰ যি কোনো দুটা চক্ৰ অসংলগ্ন।

Prove that any two cycles of a permutation of a finite set are disjoint.

(Continued)

32

4. (a) দেখুওৱা যে R ৰিঙৰ প্ৰত্যেক x-ৰ বাবে $x0 = 0x = 0$. 2

Show that for every x in a ring R, $x0 = 0x = 0$.

(b) যদি এটা ৰিঙৰ $a + b = b + a$ স্বীকাৰ্যৰ বাহিৰে আন সকলো স্বীকাৰ্য মানি লোৱা R এটা ব্যৱস্থা হয় আৰু যদি $c \in R$ এটা এনেকুৱা উপাদান য'ত $ac = bc \Rightarrow a = b$, $\forall a, b \in R$, তেন্তে দেখুওৱা যে R এটা ৰিঙ। 3

If R is a system satisfying all the postulates for a ring with exception $a + b = b + a$ and if there exists one element $c \in R$ such that $ac = bc \Rightarrow a = b$, $\forall a, b \in R$, then show that R is a ring.

(c) প্ৰমাণ কৰা যে R ৰিঙৰ দুটা আইডিয়েল A আৰু B-ৰ বাবে $A \cup B$, R-ৰ এটা আইডিয়েল হ'ব যদি আৰু একমাত্ৰ যদি $A \subseteq B$ বা $B \subseteq A$ হয়। 5

Prove that for two ideals A and B of a ring R, $A \cup B$ is an ideal of R if and only if either $A \subseteq B$ or $B \subseteq A$.

নাইবা / Or

প্ৰমাণ কৰা যে যি কোনো সসীম অশূন্য অনুকল প্ৰভাৱক্ষেত্ৰ এটা ক্ষেত্ৰ।

Prove that any finite non-zero integral domain is a field.

(Turn Over)

(b) Elementary Statistics

(*Marks* : 35)

5. (a) যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষা কাক বোলে?

What is called random experiment?

(b) প্ৰতিদৰ্শ দিক্ কি?

What is sample space?

(c) *XYZ* নিগমৰ ষাঠি শতাংশ কৰ্মচাৰী মহাবিদ্যালয়ৰ স্নাতক। সেইসকলৰ দহ শতাংশ বিপণন বিভাগত আছে। যি বিলাক মহাবিদ্যালয়ৰ স্নাতক নহয় তেওঁলোকৰ আশী শতাংশ বিপণনত আছে। তেন্তে সম্ভাৱিতা কি হ'ব যেতিয়া

(i) যাদৃচ্ছিকভাৱে বাচনিভুক্ত এজন কৰ্মচাৰী বিপণন বিভাগত থাকে;

(ii) যাদৃচ্ছিকভাৱে বাচনিভুক্ত এজন কৰ্মচাৰী বিপণন বিভাগত নাথাকে আৰু মহাবিদ্যালয়ৰ স্নাতকও নহয়?

Sixty percent of the employee of *XYZ* Corporation are college graduates. Of these, ten percent are in sales. Of the employees who did not graduate from college, eighty percent are in sales. What is the probabilities that—

(i) an employee selected at random is in sales;

(Continued)

(ii) an employee selected at random is neither in sales nor a college graduate?

(d) যদি ধনাত্মক সম্ভাৱিতাৰে A আৰু B দুটা ঘটনা হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে A আৰু B স্বতন্ত্ৰ ঘটনা যদি আৰু একমাত্ৰ যদি $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$. 5

If A and B are two events with positive probabilities, then prove that A and B are independent if and only if $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

নাইবা / *Or*

যদি $E_1, E_2, \ldots, E_n$ পৰস্পৰ অসংলগ্ন ঘটনা হয় যাতে $P(E_i) \neq 0$ $(i = 1, 2, \ldots n)$ আৰু ধনাত্মক সম্ভাৱিতাৰে $A \subseteq \bigcup_{i=1}^{n} E_i$ যি কোনো এটা ঘটনা হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$$P(E_i | A) = \frac{P(E_i) P(A|E_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(E_i) P(A|E_i)}, \; i = 1, 2, \ldots n$$

(Turn Over)

If $E_1, E_2, \ldots, E_n$ are mutually disjoint events with $P(E_i) \neq 0$ $(i = 1, 2, \ldots n)$ and $A \subseteq \bigcup_{i=1}^{n} E_i$ is an arbitrary event with positive probability, then prove that

$$P(E_i|A) = \frac{P(E_i)P(A|E_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(E_i)P(A|E_i)}, \; i = 1, 2, \ldots n$$

6. নিম্নলিখিত তথ্যৰ পৰা নিৰ্ণয় কৰা :

(a) চতুৰ্থক বিচলন

(b) গড় বিচলন

নম্বৰ	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70
ছাত্ৰৰ সংখ্যা	6	5	8	15	7	6	3

Calculate from the following data :

(a) Quartile deviation

(a) Mean deviation

Marks	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70
No. of Students	6	5	8	15	7	6	3

7. (a) সমাশ্ৰয়ণ বিশ্লেষণ কি ?

What is regression analysis?

(Continued)

34

(b) যদি $U = aX + bY$ আৰু $V = cX + dY$, য'ত X আৰু Y ক সিহঁতৰ গড়ৰ পৰা নিৰ্ধাৰণ কৰা হয় আৰু r, X আৰু Y-ৰ মাজৰ সহসম্বন্ধ হয়, আৰু যদি U, V-ৰ মাজত কোনো সহসম্বন্ধ নাথাকে, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$$\sigma_U \sigma_V = (ad - bc)\sigma_X \sigma_Y (1 - r^2)^{1/2}$$ 6

If $U = aX + bY$ and $V = cX + dY$, where X and Y are measured from their respective means and if r is the correlation coefficient between X and Y, and if U and V are uncorrelated, then show that

$$\sigma_U \sigma_V = (ad - bc)\sigma_X \sigma_Y (1 - r^2)^{1/2}$$

নাইবা / Or

আংশিকভাৱে ধ্বংসপ্ৰাপ্ত এটা গৱেষণাগাৰত সহসম্বন্ধ বিশ্লেষণৰ তথ্যৰ টোকা নিম্নলিখিত কেইটাহে পঢ়িব পৰা গ'ল

X-ৰ প্ৰসৰণ = 9

সমাশ্ৰয়ণ সমীকৰণ :

$$8X - 10Y + 66 = 0$$
$$40X - 18Y = 214$$

তেন্তে কি হব :

(i) X আৰু Y-ৰ গড় মান ?

(ii) X আৰু Y-ৰ মাজৰ সহসম্বন্ধ সহগ ?

(iii) Y-ৰ মানক বিচলন ?

(Turn Over)

In a partially destroyed laboratory record of an analysis of correlation data, the following results only are legible :

Variance of $X = 9$

Regression equation :

$$8X - 10Y + 66 = 0$$

$$40X - 18Y = 214$$

What are

(i) the mean values of X and Y?

(ii) the correlation coefficient between X and Y?

(iii) the standard deviation of Y?

8. *(a)* দ্বিপদ সম্ভাৱিতা বন্টনৰ সংজ্ঞা লিখা।

Define binomial distribution.

(b) দহটা মুদ্ৰা একেলগে ওপৰলৈ নিক্ষেপ কৰা হ'ল। অন্ততঃ সাতটা মুণ্ড পোৱাৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা।

Ten coins are thrown simultaneously. Find the probability of getting at least seven heads.

(c) এজন দৰবৰ বটল প্ৰস্তুতকাৰীয়ে গম পালে যে উৎপাদিত বটলৰ 0·1% বটল ক্ৰটিযুক্ত। বটলবিলাক 500টাকৈ বাকচত ভৰোৱা হ'ল। এজন দৰৱ প্ৰস্তুতকাৰীয়ে 100টা বটলৰ বাকচ কিনিলে। পয়চন সম্ভাৱিতা বন্টন ব্যৱহাৰ কৰি উলিওৱা যে কিমানটা বাকচত

(i) এটাও ক্ৰটিযুক্ত বটল নাই,

(Continued)

35

(ii) কমেও দুটা ক্ৰটিযুক্ত বটল আছে।

[দিয়া আছে $e^{-0.5} = 0.6065$] 4

A manufacturer, who produces medicine bottles, finds that 0·1% of the bottles are defective. The bottles are packed in boxes containing 500 bottles. A drug manufacturer buys 100 boxes from the producer of bottles. Using Poisson probability distribution, find how many boxes will contain

(i) no defective,

(ii) at least two defectives.

[Given $e^{-0.5} = 0.6065$]

(d) প্ৰসামান্য সম্ভাৱিতাৰ সমীকৰণটো কি? প্ৰসামান্য সম্ভাৱিতা বন্টনৰ ধৰ্ম বা বৈশিষ্ট্যবিলাক কি কি? 1+4=5

What is the equation of the normal probability curve? What are the properties or characteristics of normal probability distribution?

(Turn Over)

GROUP—B

[(a) Discrete Mathematics
(b) Metric Space]

(a) Discrete Mathematics

(*Marks* : 45)

1. (a) দু'টা বাক্যৰ 'ডিছজাংছন' বুলিলে কি বুজা ?

   What do you understand by 'disjunction' of two sentences?

   (b) উপযুক্ত প্ৰতীক ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ বাক্যটো পুনৰ লিখা :

   "যদি দ্ৰব্যমূল্যৰ নিয়ন্ত্ৰণৰ ব্যৱস্থা থাকে, তেন্তে মুদ্ৰাস্ফীতি নহ'ব।"

   Rewrite the following sentence using appropriate symbols :

   "If there is price control mechanism, then there is no inflation."

   (c) তলৰ বাক্যটোৰ সত্যতা নিৰূপণ কৰা :

   Determine the truth value of the following sentence :

   $4 + 9 = 13$ আৰু/and $9 < 5$

   (d) গাণিতিক চিহ্ন ব্যৱহাৰ কৰি লিখা :

   Write the arithmetical representation of

   $P \to Q$

(*Continued*)

36

   (e) প্ৰমাণ কৰা : 2

   যদি $\models A$ আৰু $\models A \to B$, তেন্তে $\models B$.

   Prove that

   If $\models A$ and $\models A \to B$, then $\models B$.

   (f) তলৰ বাক্যটোৰ সত্যতা তালিকা প্ৰস্তুত কৰা : 2

   Prepare the truth table of the following statement :

   $$(p \to q) \wedge \neg p$$

   (g) তলৰ বাক্যটো স্বতঃসিদ্ধ হয়নে পৰীক্ষা কৰা : 2

   Verify whether the following sentence is a tautology :

   $$p \vee \neg(p \wedge q)$$

2. (a) যদি $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, তেন্তে তলত দিয়াবোৰৰ সত্যতা নিৰূপণ কৰা : 1+1=2

   If $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, then find the truth value of

   (i) $(\forall x \in A)(x + 3 < 10)$;

   (ii) $(\forall x \in A)(\exists y \in A)(x + y > 10)$.

   (b) যুক্তিযুক্ততা প্ৰমাণ কৰা : 3×2=6

   Justify the following :

   (i) $\neg A \vee B,\ C \to \neg B,\ \models A \to \neg C$

   (ii) $p \to \neg q,\ \neg r \to p,\ q \models r$

   (c) দেখুওৱা যে 2

   $(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$ এটা স্বতঃমিথ্যা।

   Show that

   $(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$ is a contradiction.

(*Turn Over*)

3. (a) প্ৰমাণ কৰা যে বিভাজ্যতাৰ সম্পৰ্ক '|' অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি Z-ত আংশিক ক্ৰম সম্পৰ্ক নহয়।

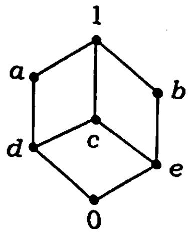
Show that the relation '|' of divisibility is not a partial ordering of the set Z of integers.

(b) এটা 'লেটিচ্' A-ত থকা যি কোনো a আৰু b-ৰ বাবে প্ৰমাণ কৰা যে, $a \vee (a \wedge b) = a$.

For any a, b in a lattice A prove that $a \vee (a \wedge b) = a$.

(c) তলৰ 'লেটিচ্'-টোত a-ৰ পৰিপূৰক নিৰ্ণয় কৰা : 1+1

Find the complement of a in the following lattice :



এইটো বিতৰিত লেটিচ্ হয় নে?

Is it a distributive lattice?

(d) দেখুওৱা যে বিভাজ্যতাৰ সম্পৰ্কৰ লেটিচ্ $L = \{1, 2, 3, 6\}$ আৰু $(P(S), \subseteq)$, $S = \{a, b\}$ লেটিচ্ দু'টা আইছ'মৰ্ফিক।

Show that the lattice $L = \{1, 2, 3, 6\}$ under divisibility relation and the lattice $(P(S), \subseteq)$ where $S = \{a, b\}$ are isomorphic.

(Continued)

37

(e) দেখুওৱা যে যদি এটা লেটিচ্-ত $a \le b \le c$ হয়, তেন্তে $a \vee b = b \wedge c$. 1

Show that in a lattice if $a \le b \le c$, then $a \vee b = b \wedge c$.

3

4. (a) যি কোনো বুলিয়ান এলজেব্ৰাত দেখুওৱা যে,

In any Boolean algebra, show that

$$(a+b)(b+c)(c+a) = ab + bc + ca$$

/

(b) তিনিটা উপাদান থকা বুলিয়ান এলজেব্ৰা সম্ভৱ নে? কাৰণ দৰ্শোৱা। 1+1=2

Can there be any Boolean algebra having three elements? Give reasons to your answer.

2

(c) কাৰন' চিত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি সৰল কৰা :

Reduce using Karnaugh Map :

$$y = xyz + xyz' + xy'z + x'yz + x'y'z$$

(d) তিনিটা চলক x_1, x_2, x_3 দ্বাৰা গঠিত আটাইকেইটা সম্ভাব্য 'মিনটাৰ্ম'বোৰ লিখা। 2

List all the minterms involving three variables x_1, x_2, x_3.

(e) $f = (xy' + xz)' + x'$-ক পূৰণফলৰ যোগফলৰ কেন'নিকেল ৰূপত প্ৰকাশ কৰা। 3

Express $f = (xy' + xz)' + x'$ as sum of product canonical form.

(Turn Over)

(f) প্ৰমাণ কৰা যে এটা বুলিয়ান এলজেব্ৰা $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$ৰ এটা অৰিক্ত উপসংহতি S B-ৰ এটা 'চাব-এলজেব্ৰা' হ'ব, যদি আৰু যদিহে S, + আৰু ' ৰ সাপেক্ষে বন্ধ।

Prove that a non-empty subset S of a Boolean algebra $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$ is a sub-algebra of B, if and only if S is closed with respect to the operations + and '.

(b) Metric Space

(*Marks* : 35)

5. (a) ইউজুৱাল মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰ $\mathbb{R}$-ত এটা মুক্ত সংহতিৰ উদাহৰণ দিয়া।

Give an example of an open set in the usual metric space $\mathbb{R}$.

(b) মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰ (X, d)-ত মুক্ত গোলক $S_r(O)$ নিৰ্ণয় কৰা, য'ত $X = [0, 1[$ আৰু $d(x, y) = |x - y|$, $\forall x, y \in X$.

Determine the open sphere $S_r(O)$ in the metric space (X, d) where $X = [0, 1[$, $d(x, y) = |x - y|$, $\forall x, y \in X$.

(c) এটা মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰৰ উপসংহতি এটাৰ লিমিট্ বিন্দু কি উদাহৰণৰ সৈতে লিখা। যদি A 'ডিছক্ৰিট্' মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰৰ এটা উপসংহতি হয়, তেন্তে A' নিৰ্ণয় কৰা য'ত A' হ'ল A-ৰ ডিৰাইভড্ সংহতি। 2+1+1

(Continued)

38

With an example, write what is meant by limit point of a subset in a metric space. Let A be any subset of a discrete metric space, then find A', where A' is the derived set of A.

(d) ধৰা (X, d) এটা মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰ আৰু $A \subset X$. প্ৰমাণ কৰা যে $\overline{A}$ এটা বন্ধ সংহতি। 3

Let (X, d) be a metric space and $A \subset X$. Prove that $\overline{A}$ is a closed set.

(e) মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰত মুক্ত গোলকৰ সংজ্ঞা দিয়া। প্ৰমাণ কৰা যি কোনো মুক্ত গোলক এটা মুক্ত সংহতি। 1+4=5

Define open sphere in a metric space. Prove that any open sphere is an open set.

6. (a) সম্পূৰ্ণ মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰৰ এটা উদাহৰণ দিয়া। 1

Give an example of a complete metric space.

(b) এটা মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰ কেতিয়া পৃথকীকৰণযোগ্য হয়? 1

When a metric space is said to be separable?

(c) 'শুদ্ধ' অথবা 'অশুদ্ধ' লিখা : 1+1=2

"কোনো এটা মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰ X-ৰ উপসংহতি A, X-ত ঘন হ'ব যদি A-ৰ একমাত্ৰ বন্ধ অধিসংহতি X হয়।" যুক্তি দিয়া।

(Turn Over)

State 'True' or 'False' :

"Any subset A in a metric space X is dense in X if the only closed superset of A is X." Justify your answer.

(d) মেট্রিক ক্ষেত্রত এটা অনুক্রমক কেতিয়া অভিসাৰী বুলি কোৱা হয়? প্ৰমাণ কৰা যে এটা মেট্রিক ক্ষেত্রত প্রতিটো অভিসাৰী অনুক্রমৰেই অনন্য সীমা থাকিব। 1+3

When a sequence is said to be convergent in a metric space? Prove that in a metric space every convergent sequence has a unique limit.

(e) প্ৰমাণ কৰা যে এটা মেট্রিক ক্ষেত্র (X, d)-ত কোনো এটা ক'চি অনুক্রম $\{x_n\}$ অভিসাৰী হ'ব যদি আৰু যদিহে ইয়াৰ এটা অভিসাৰী উপ-অনুক্রম থাকে।

Prove that a Cauchy sequence $\{x_n\}$ in a metric space (X, d) is convergent if and only if it has a convergent subsequence.

7. (a) ধৰা $\mathbb{R}$ বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতিত ইউজুয়াল মেট্রিক ক্ষেত্র আৰু $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ এটা ধ্ৰুৱীয় ফলন। f অবিচ্ছিন্ন ফলন হ'ব নে?

Let $\mathbb{R}$ be usual metric space on the set of real numbers and $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be a constant function. Is f a continuous function?

(b) দু'টা মেট্রিক ক্ষেত্র X আৰু Y কেতিয়া 'হ'মিওমৰ্ফিক' হয়? প্ৰমাণ কৰা যে সাদৃশ্য ফলন $I : (X, d) \to (X, d)$, য'ত (X, d) এটা মেট্রিক ক্ষেত্র, এটা হ'মিওমৰ্ফিজম হ'ব। 1+2=3

When two metric spaces X and Y are homeomorphic? Prove that the identity function $I : (X, d) \to (X, d)$ is a homeomorphism, where (X, d) is a metric space.

(c) ধৰা (X, d) আৰু (Y, ρ) দু'টা মেট্রিক ক্ষেত্র। প্ৰমাণ কৰা $f : X \to Y$ অবিচ্ছিন্ন হ'ব যদি আৰু যদিহে $f^{-1}(G)$, X-ত মুক্ত যেতিয়াই G, Y-ত মুক্ত হ'ব। 4

Let (X, d) and (Y, ρ) be metric spaces. Prove that $f : X \to Y$ is continuous if and only if $f^{-1}(G)$ is open in X whenever G is open in Y.

★★★